

Prova scritta di GEOMETRIA(8CFU)  
Corso di Laurea in Ingegneria Industriale  
DICEAM-Università di Reggio Calabria  
17 – 02 – 2023

Cognome.....Nome.....

Gli esercizi vanno svolti con le dovute giustificazioni sul compito.

**Esercizio 1** (3 punti)

Sia data l'applicazione lineare  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  con matrice associata rispetto alle basi canoniche nel dominio e nel codominio

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 \\ 0 & 3 & 4 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Determinare autovalori e autovettori di tale applicazione lineare. Stabilire se  $A$  è diagonalizzabile e in tal caso scrivere la matrice  $D$  diagonale che diagonalizza  $A$ .

**Esercizio 2** (2 punti)

In  $\mathbb{E}^3$ , si calcoli il prodotto vettoriale e scalare dei seguenti vettori  $\underline{v}_1 = (1, 11, 0)$ ,  $\underline{v}_2 = (2, 4, 0)$ .  $\underline{v}_1$  e  $\underline{v}_2$  sono ortogonali fra loro?. Verificare che  $\underline{v}_1 \wedge \underline{v}_2$  è ortogonale a  $\underline{v}_1$  e a  $\underline{v}_2$ .

**Esercizio 3** (2 punti) Sia  $A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}$  con  $a, b, c \in \mathbb{R}$  tutti distinti. Determinare tutte le matrici reali  $B$ ,  $3 \times 3$ , che commutano con  $A$ , ossia tale che  $AB = BA$ .

**Esercizio 4**(1,5 punti)

In un sistema di riferimento cartesiano  $Oxy$  la conica di equazione  $x^2 + 2y^2 - 2x = 0$  è riducibile o irriducibile, degenere o non degenere? Si spezza in due rette?

**Esercizio 5**(1,5 punti) In un sistema di riferimento cartesiano  $Oxyz$  scrivere una retta ortogonale al piano  $x + y + z = 1$  e passante per il punto  $P = (1, 2, 1)$ .