

Prova scritta di GEOMETRIA(6CFU)
Corso di Laurea in Ingegneria Civile e Ambientale per lo sviluppo sostenibile
DICEAM-Università di Reggio Calabria
17 – 01 – 2023

Gli esercizi vanno svolti con le dovute giustificazioni sul compito.

Esercizio 1(2 punti)

Dati in \mathbb{R}^3 , i vettori $\underline{v}_1 = (1, 0, 8)$, $\underline{v}_2 = (0, 0, 1)$, $\underline{v}_3 = (1, 0, -1)$, sia $\underline{u} = 2\underline{v}_1 - 3\underline{v}_2 + \underline{v}_3$. Scrivere \underline{u} come combinazione lineare dei vettori $\underline{w}_1 = (0, 0, 2)$, $\underline{w}_2 = (0, -1, 2)$, $\underline{w}_3 = (0, 0, 3)$.

Esercizio 2 (3 punti)

Sia data l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ con matrice associata rispetto alle basi canoniche nel dominio e nel codominio

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Determinare autovalori e autovettori di tale applicazione lineare. Stabilire se A è diagonalizzabile e in tal caso scrivere la matrice D diagonale che diagonalizza A .

Esercizio 3 (2 punti)

In \mathbb{E}^3 , si calcoli il prodotto vettoriale e scalare dei seguenti vettori $\underline{v}_1 = (0, 1, -1)$, $\underline{v}_2 = (2, -4, 3)$. \underline{v}_1 e \underline{v}_2 sono ortogonali fra loro?. Verificare che $\underline{v}_1 \wedge \underline{v}_2$ è ortogonale a \underline{v}_1 e a \underline{v}_2 .

Esercizio 4 (2 punti)

Stabilire se la seguente base $B = \left\{ \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right), \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \right\}$ sia ortonormale.

Esercizio 4 (1 punto)

Calcolare la matrice $C = A + A^2 + B$ e il determinante di C applicando, se possibile, il teorema di Binet, dove

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$